P-ISSN : 2579-9185
E-ISSN : 2656-0852

Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika Al-Qalasadi
Vol. 9, No. 2, Desember 2025, pp. 131-140
doi: 10.32505/qalasadi.v9i2.12872

ANALISIS SOAL LATIHAN TRANSFORMASI LINIER DALAM BUKU AJAR ALJABAR LINIER BERDASARKAN TEORI PRAKSEOLOGI

Ponco Sujatmiko[1] , Dyah Ratri Aryuna[2], Ikrar Pramudya[3], Mardiyana[4], Rubono Setiawan[5]
[1,2,3,4,5] Universitas Sebelas Maret, Jl. Ir. Sutami 36A Kentingan Surakarta, Jawa Tengah, Indonesia
Email: : poncosujatmiko@staff.uns.ac.id

Received: 31 Oktober 2025	**Accepted:** 17 November 2025	**Published:** 31 Desember 2025

Abstrak

Kesulitan mahasiswa dalam beralih dari pemahaman prosedural ke konseptual sering muncul ketika mempelajari topik transformasi linear. Mahasiswa cenderung focus pada langkah penyelesaian tanpa memahami konsep yang melandasinya. Buku ajar memiliki peran penting dalam membangun pemahaman konseptual melalui penyusunan dan penyajian soal latihan yang tepat. Teori prakseologi, yang menjelaskan hubungan antara tugas matematika, teknik penyelesaian, teknologi pendukung, dan teori yang mendasarinya, memberikan kerangka analisis yang komprehensif untuk menelaah hal tersebut. Penelitian ini bertujuan menganalisis soal-soal latihan transformasi linear dalam buku *Elementary Linear Algebra* edisi ke 11 karya Howard Anton dan Chris Rorres menggunakan pendekatan analisis isi kualitatif berdasarkan kerangka prakseologi. Hasil analisis menunjukkan bahwa sebagian besar soal memiliki potensi untuk menumbuhkan pemahaman konseptual yang mendalam, terutama jika proses pembelajaran tidak terhenti pada tahap teknik penyelesaian semata. Temuan ini memberikan kontribusi praktis bagi dosen dan pengembang bahan ajar dalam merancang latihan yang menyeimbangkan antara tuntutan prosedural dan konseptual guna mendukung pembelajaran aljabar linear yang lebih bermakna di perguruan tinggi.

Kata kunci: Transformasi Linear, Analisis Isi Kualitatif, Prakseologi, Aljabar Linear

Abstract

Undergraduate students often struggle to shift froam procedural to conceptual understanding when learning linear transformation. They tend to focus on mechanical procedures while neglecting the underlying concepts. Textbooks play a crucial role in developing conceptual understanding through well-structured and meaningful exercises. Praxeological theory, which maps the relationship among mathematical tasks, techniques, supporting technologies, and underlying theories, provides a comprehensive framework for such analysis. This study aims to analyze linear transformation exercises in Elementary Linear Algebras (11th edition) by Howard Anton and Chris Rorres using a qualitative content analysis based on the praxeological framework. The findings reveal that most exercises have the potential to foster deep conceptual understanding, particularly when learning activities do not stop at the technical stage. Practically, the study offers insights for lecturers and textbook developers in designing exercises that balance procedural demands and conceptual reasoning, thereby enhancing meaningful learning of linear algebra in higher education.

Keywords: Linear Transformation, Qualitative Content Analysis, Praxiology, Linear Algebra

---

Pendahuluan

Transformasi linier merupakan salah satu konsep fundamental dalam pembelajaran aljabar linier yang memiliki peran penting tidak hanya dalam pengembangan teori matematika, tetapi juga dalam berbagai aplikasi di bidang ilmu komputer, fisika, dan teknik

(Piñón & Córdova-Esparza, 2025). Namun, berbagai penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa sering mengalami kesulitan dalam memahami konsep transformasi linear secara konseptual. Topik transformasi linear menuntut tingkat abstraksi yang tinggi (Oktaç, 2018; Supriyadi et al., 2024) . Sementara banyak mahasiswa masih terjebak pada pemahaman yang bersifat prosedural. Mereka cenderung fokus pada langkah-langkah mekanis dalam penyelesaian masalah tanpa memahami makna konseptual di balik operasi matematis yang dilakukan (Grugeon-Allys & Pilet, 2024). Hal ini menunjukkan kesenjangan antara penguasaan prosedural dan konseptual dalam pembelajaran aljabar linear di tingkat perguruan tinggi.

Salah satu faktor yang turut memengaruhi kesenjangan tersebut adalah karakteristik buku ajar yang digunakan dalam proses pembelajaran. Buku ajar merupakan komponen utama dalam kegiatan belajar mengajar dan berperan penting dalam membangun struktur berfikir mahasiswa (van den Ham & Heinze, 2018)**.** Pemilihan dan penyusunan soal latihan dalam buku ajar sangat menentukan bagaimana mahasiswa mengonstruksi pemahamannya terhadap konsep matematika. Sejumlah penelitian menunjukkkan bahwa banyak soal latihan dalam buku ajar matematika berfokus pada prosedur mekanistis dan perhitungan rutin tanpa memberi ruang bagi mahasiswa untuk melakukan justifikasi konsseptual atau eksplorasi terhadap makna matematis (Wijayanti & Winslow, 2017; Polat & Yuksel Dede, 2023). Akibatnya, pembelajaran sering kali berhenti pada tahap teknik dan tidak mendorong mahasiswa untuk memahami hubungan antara prosedur dan teori yang mendasarinya (Harel, 2018).

Untuk menjembatani kesenjangan tersebut, diperlukan pendekatan analisis yang mampu menelaah bagaimana buku ajar menyajikan tugas-tugas matematika, teknik penyelesaian, serta hubungan antara justifikasi konseptual dan teori yang medasari setiap soal. Teori Prakseologi yang dikembangkan dalam kerangka *Anthropological Theory of the Didactic* (ATD) yang dikembangkan oleh Chevallard menawarkan kerangka analisis yang sistematis melalui konsep prakseologi.Teori prakseologi merupakan sub teori dari ATD dimana aktivitas matematika dapat dipandang sebagai organisasi prakseologi (Chevallard, 2019). ATD menyediakan kerangka analisis yang komprehensif melalui empat komponen utama : tipe tugas (T), Teknik (τ), Teknologi (θ), dan Teori (Θ). Kerangka ini memungkinkan peneliti menelaah hubungan anatara tindakan matematis dan landasan teoritis yang menyertainya, sehingga dapat digunakan untuk menilai sajauh mana buku ajar mendukung pengembangan pemahaman konseptual mahasiswa.

Dalam konteks pendidikan tinggi, penerapan teori prakseologi dalam analisis buku ajar aljabar linear masih jarang dilakukan. Padahal analisis semacam ini dapat memberikan pemahaman yang lebih mendalam mengenai sejauh mana struktur dan penyajian soal latihan dapat membantu mahasiswa berpindah dari pemahaman prosedural menuju konseptual. Dengan pemahaman yang baik diharapkan mahasiswa dapat menyelesaian persoalan aljabar linear dalam berbagai konteks (Agustito et al., 2025).

Berdasarkan pertimbangan tersebut, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis soal-soal latihan pada topik transformasi linier dalam buku ajar *Elementary Linear Algera* edisi ke sebelas karangan Howard Anton dan Chris Rorres dengan menggunakan kerangka kerja prakseologi. Dalam pengantar buku ini disebutkan bahwa soal latihan disusun mulai soal latihan rutin dan berlanjut ke soal-soal yang lebih substansial (Anton & Rorres, 2014). Penelitian ini berupaya menjawab pertanyaan tentang bagiamana struktur prakseologis yang terkandung dalam soal-soal latihan tersebut, serta sejauh mana soal-soal tersebut berpotensi menumbuhkan pemahaman konseptual mahasiswa terhadap konsep transformasi linear dalam pembelajaran aljabar linear di perguruan tinggi.

Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan metode analisis isi (*qualitative content analysis*) yang dijelaskan dalam buku *Sage Research Methods Qualitative Content Analysis* pada halaman 36-39 (Udo Kuckartz, 2025) bahwa pendekatan ini menekankan proses kategorisasi dan interpretasi sistematis terhadap data tekstual berdasarkan kerangka konseptual tertentu.

Subjek penelitian ini adalah buku *Elementary Linear Algebra* edisi ke sebelas karangan Howard Anton dan Chris Rorres khususnya soal-soal latihan pada subbab 8.1. tentang transformasi linear umum. Data dikumpulkan melalui identifikasi dan kategorisasi seluruh soal latihan yang terdapat dalam subbab 8.1 tentang transformasi linier umum. Setiap soal dikelompokkan dan dianalisis berdasarkan elemen prakseologi : tugas, teknik, teknologi, dan teori.

Instrumen penelitian yang digunakan berupa lembar analisis prakseologi mengacu pada pedoman analisis prakseologi yang disusun oleh Hasti Yunianta (Yunianta et al., 2023) pada tabel 1.

Tabel 1. Pedoman Analisis Prakseologi

Tipe tugas (T)	Teknik (τ)	Teknologi (θ)	Teori (Θ)
Tipe tugas (Masalah yang memiliki tujuan khusus untuk diselesaikan)	Cara seseorang untuk bertindak dalam menyelesaian tipe tugas	Alasan perlunya menampilkan teknik	Dasar atau rujukan dari hadirnya teknologi

Dengan berpedoman pada tabel 1, dilakukan diskusi antar peneliti dalam kelompok Grup Riset Aljabar dan Analisis untuk memastikan kesesuaian interpretasi antar peneliti dan meningkatkan keabsahan hasil analisis.

Prosedur analisis dilakukan secara bertahap. Tahap pertama adalah identifikasi dan ekstraksi data, yaitu menelusuri seluruh soal latihan pada subbab 8.1 dan mengelompokkannya berdasarkan konsep yang diujikan, yaitu verifikasi linearitas, kernel dan range, rank dan nulitas, operator kalkulus, bekerja dengan bukti dan kelompok benar salah, Tahap kedua adalah klasifikasi tugas dan teknik , dimana soal dianalisis untuk menentukan tugas dan teknik penyelesaian yang diharapkan. Tahap ketiga melibatkan analisis teknologi dan teori, yaitu menelaah sejauh mana soal mendorong penggunaan justifikasi konseptual dan teori matematika yang mendasarinya. Tahap akhir adalah validasi akhir dengan meninjau ulang hasil deskripsi oleh dua orang peneliti untuk memastikan konsistensi dengan kerangka teori prakseologi

Untuk memperjelas alur kerja penelitia, prosedur analisis, divisualisasi pada bagan berikut:

Identifikasi soal latihan

↓

Klasifikasi berdasarkan konsep

↓

Analisis prakseologi

↓

Validasi hasil

Hasil Penelitian dan Pembahasan

Analisis data dilakukan dengan mengacu pada pedoman analisis prakseologi yang terdiri dari Tipe tugas (T), Teknik (τ), Teknologi (θ), dan Teori (Θ). Hasil analisis prakseologi pada soal latihan subbab 8.1 disajikan pada tabel 2.

Tabel 2. Hasil analisis Prakseologi soal latihan sub bab 8.1.

Kelompok soal	Tipe tugas (T)	Teknik (τ)	Teknologi (θ)	Teori (Θ)
Verifikasi linearitas	Menentukan apakah transformasi T dari ruang vektor (V,+,.) ke ruang vektor (W, +,.) merupakan transformasi linear	Substitusi sifat linearitas dengan mengecek T(u+v)=T(u)+T(v) dan T(k.u)=k.T(u), untuk sebarang u,v di V dan sebarang k di R	Linearitas ditentukan oleh dua sifat utama yaitu sifat aditivitas dan sifat homogenitas	Definisi transformasi linear dalam ruang vektor
Kernel dan Range	Menentukan kernel dan rank dari suatu transformasi linear T	Menyatakan transformasi linear dalam bentuk matriks Melakukan operasi baris elementer untuk mencari solusi dari sistem persamaan homogen Memeriksa vektor yang berada dalam ruang kolom	Kernel sebagai himpunan solusi dari sistem persamaan linear homogen Range sebagai himpunan yang direntang vektor-vektor kolom suatu matriks	Konsep sub ruang vektor, kernel dan range
Rank dan nulitas	Menentukan dimensi kernel, rank dan menggunakan teorema rank-nulitas	Menghitung rank dan nulitas suatu matriks dengan operasi baris	Teorema rank nulitas,yaitu dimensi ruang vektor sama dengan dimensi kernel ditambah dimensi range	Teorema dimensi, yaitu hubungan antara dimensi ruang vektor, dimensi kernel dan dimensi range

Operator pada kalkulus	Menentukan operator turunan, integral sebagai transformasi linear	Menggunakan sifat linearitas pada turunan/ integral	Linearitas operator diferensial/ integral	Operator linear pada ruanga fungsi
Bekerja dengan bukti	Bukti teoritis Eksistensi transformasi yang memperkirakan aksi pada basis	Argumen diambil lansung dari definisi atau kontradiksi	Koordinat relatif terhadap basis adalah tunggal	Teorema eksistensi transformasi linear
Permasalahan betul-salah	Menentukan benar-salah	Memberikan argumen deduktif atau contoh penyangkal	Rank-nulitas Contoh ruang vektor berdimensi kecil	Prinsip dasar aljabar linear (pemetaan injektif jika dan hanya jika kernelnya sama dengan himpunan nol

Analisis praksiologi per soal disajikan melalui contoh-contoh sebagai berikut

1. Kelompok verifikasi linearitas

Periksa apakah pemetaan $T: P_2(\mathbb{R}) \to P_2(\mathbb{R})$ dengan $T(a_0 + a_1x + a_2x^2) = a_0 + a_1(x + 1) + a_2(x + 1)^2$ merupakan transformasi linear?

Tabel 3. Hasil analisis Prakseologi soal latihan kelompok verifikasi linearitas

Komponen	**Deskripsi**
Tugas (T)	Menentukan apakah $T: P_2(\mathbb{R}) \to P_2(\mathbb{R})$ dengan $T(a_0 + a_1x + a_2x^2) = a_0 + a_1(x + 1) + a_2(x + 1)^2$ merupakan transformasi linear
Teknik (τ)	Gunakan definsi linearitas: periksa apakah untuk sebarang $p(x), q(x) \in P_2(\mathbb{R})$ dan sebarang $k \in \mathbb{R}$ berlaku : 1. $T\big(p(x) + q(x)\big) = T\big(p(x)\big) + T\big(q(x)\big)$ dan 2. $T\big(k.q(x)\big) = kT\big(p(x)\big)$. Ekspansi aljabar $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ Diperoleh : $T(a_0 + a_1x + a_2x^2) = a_0 + a_1(x + 1) + a_2(x + 1)^2 = (a_0 + a_1) + (a_1 + a_2)x + a_2x^2$ Periksa sifat linearitas dengan mengambil sebarang $p(x), q(x) \in P_2(\mathbb{R})$ dan sebarang $k \in \mathbb{R}$
Teknologi (θ)	Transformasi linear harus mempertahankan /mengawetkan operasi penjumlahan dan perkalian skalar Transformasi T didefinisikan sebagai pergeseran variabel x ke $x + 1$ sehingga sifat-sifat aljabar tetap berlaku secara linear Pergeseran variabel merupakan operator linear pada ruang polinomial
Teori (Θ)	Teori ruang vektor dan transformasi linear pada ruang fungsi Pemetaan $T\big(p(x)\big) = p(x + 1)$ adalah operator translasi yang bersifat linear yaitu : $(p + q)(x + 1) = p(x + 1) + q(x + 1)$ dan $T(kp(x) = kT(p(x))$

Soal ini berpotensi untuk mengukur pemahaman konseptual mahasiswa terhadap struktur linearitas fungsi simbolik, bukan sekedar numerik.

2. Kelompok Kernel dan Range

Tentukan kernel dari transformasi linear $T: \mathbb{R}^\infty \to \mathbb{R}^\infty$ dengan $T(a_0, a_1, a_2, \dots) = (0, a_0, a_1, a_2, \dots)$

Tabel 4. Hasil analisis Prakseologi soal latihan kelompok kernel dan range

Komponen	Deskripsi
Tugas (T)	Menentukan kernel dari transformasi linear T pada ruang vektor berdimensi tak hingga $\mathbb{R}^\infty$ dimana menambahkan nol di depan dan menggeser mua komponen satu posisi ke kanan
Teknik (τ)	Mengambil sebarang x unsur di $\mathbb{R}^\infty$ dan menuliskan $x = (a_0, a_1, a_2, \dots) \in \mathbb{R}^\infty$ Terapkan transformasi linear $T(a_0, a_1, a_2, \dots) = (0, a_0, a_1, a_2, \dots)$ Gunakan definsi kernel, yaitu $\ker(T) = \{x \in \mathbb{R}^\infty : T(x) = 0\}$ Selesaikan persamaan $(0, a_0, a_1, a_2, \dots) = (0,0,0, \dots)$ yang hanya dipenuhi oleh $a_0 = 0, a_1 = 0, a_2 = 0, \dots$
Teknologi (θ)	Operator T menghasilkan pasang terurut dengan menyisipkan nol di depan dan menggeser mua komponen satu posisi ke kanan Transformasi linear harus memenuhi : $T(x + y)= T(x) + T(y)$ dan $T(kx) = kT(x)\ \forall x, y \in \mathbb{R}^\infty, \forall k \in \mathbb{R}$
Teori (Θ)	Teori transformasi linear pada ruang pasang terurut tak hingga Konsep kernel Perbedaan antara ruang vektor berdimensi hingga dan tak hingga

Soal ini adalah soal konseptual dan struktural tentang transformasi linear pada ruang vektor berdimensi tak hingga. Meskipun tampak prosedural, keberadaan teknologikonseptual berupahubungan antara solusi sistem homogen dan subruang kernel menunjukkan potensi untuk mengembangkan pemahaman teoritis tentang pemetaan linier.

3. Kelompok rank dan nulitas

Tentukan rank dan nulitas dari transformasi linear $T: P_2(\mathbb{R}) \to P_2(\mathbb{R})$ dengan $T(p) = \frac{1}{4}p$ untuk $\forall p \in P_2$.

Tabel 5. Hasil analisis Prakseologi soal latihan kelompok Dimensi, rank dan nulitas

Komponen	Deskripsi
Tugas (T)	Menentukan $\ker(T)$ dan $R(T)$ dari transformasi linear $T(p) = \frac{1}{4}p$ untuk $\forall p \in P_2$
Teknik (τ)	Gunakan definsi kernel dari transformasi linear T, yaitu $\ker(T) = \{p \in P_2 : T(p) = 0\}$ Gunakan definsi range dari transformasi linear T, yaitu $R(T) = \{T(p) : p \in P_2\}$ Gunakan fakta dimensi ruang vektor P_2 adalah 2 Gunakan teorema rank-nulitas yaitu dim $(P_2) = rank(T) + null(T)$
Teknologi (θ)	Untuk $k \neq 0, T(p) = kp = 0$ hanya dipenuhi oleh $p = 0$ sehingga $\ker(T) = \{0\}$ Setiap $q \in P_2$ dapat ditulis $q = T\left(\frac{1}{k}q\right)$ maka $R(T) = P_2$
Teori (Θ)	Teori ruang vektor berdimensi hingga, kernel dan range sebagai subruang Teorema rank-nulitas menghubungkan dimensi domain dengan rank dan nulitas

Soal ini menekankan transisi dari prosedural ke konseptual. Soal ini berpotensi mengukur pemahaman teoritis terhadap struktur ruang vektor melalui eksplorasi hubungan dimensi domain dan kodomain.

4. Kelompok Operator pada kalkulus

Misalkan $D: P_3 \to P_2$ dengan $D(p) = p'(x)$, tentukan kernel dari D

Tabel 6. Hasil analisis Prakseologi soal latihan kelompok operator pada kalkulus

Komponen	Deskripsi
Tugas (T)	Menentukan kernel dari transformasi diferensiasi $D: P_3 \to P_2$ yang didefinisikan oleh $D(p) = p'(x)$
Teknik (τ)	Ambil sebarang polinomial p di P_3,tulis $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ Hitung turun $D(p) = p'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2$ Gunakan definisi kernel yaitu $\ker(D) = \{p \in P_3: D(p) = 0\}$ Persamaan $a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 = 0$ hanya dipenuhi oleh $a_1 = 0, a_2 = 0, a_3 = 0$ Tetapkan $\ker(D) = \{p(x) = a_0\}$
Teknologi (θ)	Diferensiasi adalah operator linear Kernel dari transformasi linear adalah himpunan semua anggota domain yang dipetakan ke vektor nol pada kodomain Polinomial yang turunannya nol hanyalah polinomial konstan
Teori (Θ)	Teori transformasi linear pada ruang polinomial

Turunan bukan sekedar proses analitik, tetapi dapat juga dipandang sebagai transformasi linear antar ruang polinomial. Konsep kernel menjadi alat konseptual yang menghubungkan stuktur aljabar dengan makna analitik turunan. Soal ini berpotensi mengukur kemampuan berpikir struktural lintas topik.

5. Kelompok bekerja dengan bukti

Buktikan : Jika $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ merupakan basis untuk ruang vektor V dan $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$merupakan vektor-vektor dalamruang vektor W, yang belum tentu berbeda, maka terdapat transformasi linear sedemikian rupa sehingga $T(v_1) = w_1, T(v_2) = w_2, T(v_3) = w_3, \dots, T(v_n) = w_n$

Tabel 7. Hasil analisis Prakseologi soal latihan kelompok bekerja dengan bukti

Komponen	Deskripsi
Tugas (T)	Menunjukkan eksistensi suatu transformasi linear dari $T: V \to W$ bedasarkan data basis yang memetakan setiap basis v_i dari V ke w_i di W
Teknik (τ)	Gunakan sifat basis : Setiap vektor $v \in V$ dapat ditulis dengan tunggal sebagai kombinasi linear dari vektor-vektor basis yaitu : v= $k_1v_1 + k_2v_2 + k_3v_3 + \cdots + k_nv_n$ Definisikan transformasi secara eksplisit : $T(v) = k_1w_1 + k_2w_2 + k_3w_3 + \cdots + k_nw_n$ Buktikan T merupakan transformasi linear Periksa bahwa $T(v_1) = w_1, T(v_2) = w_2, T(v_3) = w_3, \dots, T(v_n) = w_n$
Teknologi (θ)	Basis menjamin ketunggalan representasi dari setiap vektor di V Konstruksi transformasi linear harus mempertahankan /mengawetkan operasi penjumlahan dan perkalian skalar Transformasi T didefinisikan sebagai pergeseran variabel x ke $x + 1$ sehingga sifat-sifat aljabar tetap berlaku secara linear Pergeseran variabel merupakan operator linear pada ruang polinomial

Teori (Θ)	Teori ruang vektor dan transformasi linear pada ruang fungsi Pemetaan $T\big(p(x)\big) = p(x+1)$ adalah operator translasi yang bersifat linear yaitu : $(p+q)(x+1) = p(x+1) + q(x+1)$ dan $T(kp(x) = kT(p(x))$

Soal ini berpotensi mengukur kemampuan mahasiswa mengonstruksi transformasi linier berdasarkan data basis. Hal tersebut memberikan peluang untuk melihat integrasi penuh antara tugas, teknik, teknologi dan teori.

6. Kelompok Permasalahan betul-salah

Benar atu salah pernyataan "Terdapat tepat satu transformasi linear $T: V \to W$ dengan $T(u+v) = T(u-v), \forall u, v \in V$ "

Tabel 8. Hasil analisis Prakseologi soal latihan kelompok betul-salah

Komponen	Deskripsi
Tugas (T)	Menentukan apakah ada transformasi linear $T: V \to W$ dengan $T(u+v) = T(u-v), \forall u, v \in V$ Jika ada apakah tunggal
Teknik (τ)	Terapkan definisi linearitas pada soal yaitu : $\forall u, v \in V$ $T(u) + T(v) = T(u+v) = T(u-v) = T(u) - T(v)$ sehingga $2 \ T(v) = T(u+v) - T(u-v) = 0$ Tetapkan $T(v) = 0, \forall v \in V$ adalah transformasi yang diminta yang merupakan transformasi linear dan tunggal
Teknologi (θ)	Menggunakan definisi operasional dari transformasi linear Pemahaman tepat satu menunjukkan ketunggalan
Teori (Θ)	Berdasarkan teori transformasi lenear dan kernel, suatu transformasi linear dapat ditentukan oleh sifat-sifat operasi pada domainnya Prinsip universalitas transformasi nol yaitu dari setiap dua ruang vektor senantiasa dapat dikonstruksi transfomasi $T(v) = 0, \forall v \in V$ yang linear Jika dua transformasi linear memiliki nilai yang sama untuk setiap vektor basis maka keduanya identik

Soal ini berpotensi mengukur pemahaman definisi linearitas secara simbolik melalui pendugaan kebenaran suatu pernyataan dan pembuktiannya. Bagaimana integrasi antara tugas, teknik, teknologi dan teori dapat terlihat dari pengerjaan soal ini oleh mahasiswa.

Kesimpulan

Temuan penelitian ini menunjukkan bahwa penggunaan praksiologi untuk menganalisis latihan soal dalam buku teks memberikan perspektif yang lebih terorganisir dalam penyajian konten, khususnya dalam materi transformasi linear. Berdasarkan analisis praksiologi pada soalsoal latihan tentang transformasi linear yang sudah dilakukan, dapat simpulkan pada tabel 9 berikut ini :

Tabel 9. Rangkuman Hasil Analisis Prakseologi Soal latihan Transformasi Linear

Komponen	Temuan Utama
Tugas (T)	Soal-soal menuntut mahasiswa melakukan identifikasi sifat transformasi, menentukan kernel, range, rank, nulitas dan menafsirkan pemetaan pada ruang vektor.

Teknik (τ)	Teknik yang digunakan umumnya berupa substitusi langsung dari definisi transformasi linear, pemeriksaan linearitas, dan penyelesaian dari sistem persamaan untuk menentukan kernel dang range.
Teknologi (θ)	Penjelasan konseptual melibatkan argumen bahwa transformasi linear mempertahankan struktur linear.
Teori (Θ)	Semua soal mengacu pada teori transformasi linear, konsep ruang vektor dan teorema fundamental rank-nulitas.

Implikasi terhadap pembelajaran adalah perlunya desain instruksional berbasis prakseologi, dimana dosen dapat memanfaatkan soal-soal dalam buku ini dengan menambahkan aktivitas yang menuntut mahasiswa menjelaskan, menafsirkan dan mengaitkan teknik penyelesaian dengan teori yang mendasarinya.

Acknowledgement

Penelitian ini didanai oleh : RKAT Universitas Sebelas Maret Tahun Anggaran 2025, melalui gran penelitian : Skema Penelitian Penguatan Kapasitas Grup Riset (PKGR-UNS) (Grant No: 371/UN27.22/PT.01.03/2025)".

Referensi

Books

Anton, H., & Rorres, C. (2014). *Elementary Linear Algebra* (11th ed.). Wiley.

Udo Kuckartz, S. R. (2025). *Sage Research Methods Qualitative Content Analysis : Methods , Practice and Software*.

Serial / journal article (print)

Agustito, D., Kuncoro, K. S., Kusumaningrum, B., Trisniawati, Sukiyanto, & Wijayanti, D. (2025). Praxeological analysis of linear algebra content presentation: A case study of Indonesian mathematics textbooks. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *21*(6). https://doi.org/10.29333/ejmste/16508

Chevallard, Y. (2019). Introducing the anthropological theory of the didactic: An attempt at a principled ppproach. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, *12*, 71–114.

Grugeon-Allys, B., & Pilet, J. (2024). The algebraic learning of middle school students' evolution during a school year: a statistical large-scale study based on results in mathematics didactics. In *Educational Studies in Mathematics* (Vol. 117, Issue 3). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/s10649-024-10347-z

Harel, G. (2018). *The Learning and Teaching of Linear Algebra Through the Lenses of Intellectual Need and Epistemological Justification and Their Constituents*. 3–27. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66811-6_1

HastiYunianta, T. N., Suryadi, D., Dasari, D., & Herman, T. (2023). Textbook praxeological-didactical analysis: Lessons learned from the Indonesian mathematics textbook. *Journal on Mathematics Education*, *14*(3), 503–524. https://doi.org/10.22342/jme.v14i3.pp503-524

Oktaç, A. (2018). *Conceptions About System of Linear Equations and Solution*. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66811-6_4

Piñón, A. J., & Córdova-Esparza, D. M. (2025). Analysis of teaching strategies and learning challenges in Linear Algebra. *CLEI Eletronic Journal (CLEIej)*, *28*(2), 1–13.

https://doi.org/10.19153/cleiej.28.2.11

Polat, S., & Yuksel Dede. (2023). Trends in Cognitive Demands Levels of Mathematical Tasks in Turkish Middle School Mathematics Textbooks: Algebra Learning Domain. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, *24*(1), 40–61. https://doi.org/10.4256/ijmtl.v24i1.476

Supriyadi, E., Hussain, A., & Yasir, Y. (2024). Linear Algebra Education in University: A Literature Review. *International Journal of Applied Learning and Research in Algebra*, *1*(2), 111–119. https://doi.org/10.56855/algebra.v1i2.1253

van den Ham, A. K., & Heinze, A. (2018). Does the textbook matter? Longitudinal effects of textbook choice on primary school students' achievement in mathematics. *Studies in Educational Evaluation*, *59*(April), 133–140. https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2018.07.005

Wijayanti, D., & Winslow, C. (2017). Mathematical practice in textbooks analysis: Praxeological reference models, the case of proportion. *Journal of Research in Mathematics Education*, *6*(3), 307–330. https://doi.org/10.17583/redimat.2017.2078